ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΟΥΣ ΜΙΓΑΔΙΚΟΥΣ

1. Να βρεθούν οι τετραγωνικές ρίζες του μιγαδικού z=3+4i.

   (2+i και -2-i)

2. Να αποδείξετε ότι $i^{\nu}+i^{\nu+1}+i^{\nu+2}+i^{\nu+3}=\frac{1}{i^{\nu}}+\frac{1}{i^{\nu+1}}+\frac{1}{i^{\nu+2}}+\frac{1}{i^{\nu+3}}$.

3. Να γραφεί στη μορφή α+βi ο μιγαδικός $z=\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{-\sqrt{3}+i}\right)^{10}-\left(\frac{-\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}\right)^{13}$.

   (z=-1-i)

4. Για τις διάφορες τιμές του $\nu\in\mathbb{N}^*$ να βρεθούν οι τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση: $A=\left(\frac{2+3i}{3-2i}\right)^{\nu}++\left(\frac{3-2i}{2+3i}\right)^{\nu}$.

   (Α=2, αν ν=4κ, Α=0, αν ν=4κ+1 ή ν=4κ+3 και Α=-2, αν ν =4κ+2).

5. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του $\nu\in\mathbb{N}^*$ ώστε: $(1+i)^{\nu}-(1-i)^{\nu}=0$.

   (ν=4)

6. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ για τις οποίες η εικόνα του μιγαδικού $z=\frac{1+2i}{2+\lambda i}+\frac{2+3i}{2+i}$ ανήκει στην ευθεία ψ=x. (λ=-1 ή λ=-4)

7. Έστω $w=\frac{z-3i}{z+2i}$, $z\in\mathbb{C}$ με $z\neq -2i$. Να αποδείξετε ότι ο w είναι πραγματικός, αν και μόνον αν, ο z είναι φανταστικός.

8. Αν $z_1, z_2\in\mathbb{C}^*$, με $|z_1|=|z_2|\neq 0$, να αποδεχθεί ότι ο $w=\frac{(z_1+z_2)^{\nu}}{z_1^{\nu}+z_2^{\nu}}$, $\nu\in\mathbb{N}^*$ είναι πραγματικός.

9. Αν οι μιγαδικοί $z_1, z_2, z_3, \ldots, z_\nu$ έχουν μέτρο ρ>0, να αποδείξετε ότι:
   $\left|\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}+\ldots+\frac{1}{z_\nu}\right|=\frac{1}{\rho^2}\cdot\left|z_1+z_2+z_3+\ldots+z_n\right|\leq\frac{n}{\rho}$.

10. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=z^{2004}+z^{2003}+\ldots\ldots+z^2+z+1=0$ και ο μιγαδικός $z_1=x+\psi i$ $\psi\neq 0$, $z_1\neq 0$. Αν το P(x) έχει ρίζα τον z_1, να αποδειχθεί ότι ο μιγαδικός $w=z_1+\frac{1}{z_1}$ είναι πραγματικός.

11. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta\in\mathbb{R}$, ώστε ο μιγαδικός 2-i να είναι ρίζα της εξίσωσης $z^3+\alpha z^2+\beta z+10=0$.

    (α=-2, β=-3)

12. Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $z^2 - \overline{z} = 0$, β) $|z+i| = 2\overline{z}$, γ) $z^7 \cdot \overline{z}^{-3} = 1$.

13. Αν $|z^2-1| = |z^2-3|$, $z \in \mathbb{C}$, να αποδείξετε ότι $\mathrm{Re}(z^2)=2$.

14. Αν $(2z+3)\cdot(2\overline{z}+3) = 1$, *να αποδείξετε ότι* $|z+2|^2 + |z+1|^2 = 1$.

15. α) Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο κάθε φανταστικού αριθμού είναι πραγματικός αριθμός.

β) Αν $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ με $|z_1| = |z_2| \neq 0$ και $z_1 \neq z_2$, να αποδείξετε ότι:. $\left(\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right)^2 \in \mathbb{R}$.

16. Αν ισχύει $(2+z)^\nu = (2-z)^\nu$, $\nu \in \mathbb{N}^*$, να αποδείξετε ότι ο z είναι φανταστικός.

17. Αν για τον μιγαδικό z ισχύει: $\left[\frac{2(z+1)}{z+4}\right]^\nu = 1$ *και* $z \neq -4$, να αποδείξετε ότι $|z| = 2$.

18. Αν $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$, και ισχύει: $|z_1+z_2| = |z_1-z_2|$, να αποδείξετε ότι οι μιγαδικοί $w = \frac{z_1}{z_2}$ *και* $u = \frac{z_2}{z_1}$ είναι φανταστικοί.

19. Αν $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$, και ισχύει $|z_1+z_2| = |z_1| + |z_2|$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $w = \frac{z_1}{z_2}$ *και* $u = \frac{z_2}{z_1}$ είναι θετικοί πραγματικοί.

20. Αν $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, να αποδείξετε ότι $|z_1-z_2| = |1-z_1\overline{z_2}|$, αν και μόνον αν, $|z_1| = 1$ ή $|z_2| = 1$.

21. Αν $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, με $\left|z_1 - \frac{3}{4}\right| = \frac{1}{4}$ και $z_2 = \frac{2-3z_1}{4z_1-3}$, να αποδείξετε ότι: $\left|z_2 + \frac{3}{4}\right| = \frac{1}{4}$.

22. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(1+iz)^{2004} = \frac{2004+i}{1+2004i}$ (1) δεν έχει πραγματική ρίζα.

(Υπόδειξη: Έστω ρ πραγματική ρίζα της (1). Με αντικατάσταση όπου z το ρ καταλήγω σε άτοπο.)

23. Αν $|z+|z|| + |z-|z|| = 2|z|$, $z \in \mathbb{C}$, να αποδείξετε ότι ο z είναι πραγματικός.

24. Έστω $P_1(x)$, $P_2(x)$, $P_3(x)$ πολυώνυμα δευτέρου βαθμού με πραγματικούς συντελεστές. Αν $P_1^2(x)+P_2^2(x)=P_3^2(x)$ και τα πολυώνυμα $P_1(x)$ και $P_2(x)$ δεν έχουν κοινή ρίζα, να αποδειχθεί ότι το $P_3(x)$ έχει μη πραγματικές ρίζες.

25. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων A(z) του επιπέδου, αν ο z ικανοποιεί τη σχέση $|z-2i|^2+|z-3+i|^2=13$.

(Κύκλος κέντρου $K(3/2,1/2)$ και ακτίνας $\rho=\sqrt{2}$).

26. Αν $|w|=1$, να βρεθούν:

α) ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας του z, αν ισχύει: $z-5=2\sqrt{2}\cdot w-5i$.
β) ο μιγαδικός z με το μεγαλύτερο και το μικρότερο μέτρο και να γίνει γεωμετρική ερμηνεία του αποτελέσματος.

(α. $(x-5)^2+(\psi+5)^2=8$, β. $3-3i$ και $7-7i$.)

27. α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας του μιγαδικού z για τον οποίο ισχύει: $|z-2i|=3\cdot|z+2i|$.

β) Αν για τους μιγαδικούς z_1 και $z_2 \neq -2i$ ισχύει: $\left|\dfrac{z_1-2i}{z_1+2i}\right|=\left|\dfrac{z_2-2i}{z_2+2i}\right|=3$, να βρεθεί η μέγιστη τιμή του $|z_1-z_2|$.

(α. $x^2+(\psi+5/2)^2=9/4$, β. $\max|z_1-z_2|=3$).

28. Έστω $z_1=2+2i$, $z_2=3+3i$ και $z_3=3+I$ και Α, Β, Γ οι εικόνες των z_1, z_2, z_3 αντίστοιχα στο μιγαδικό επίπεδο.
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
β) Να αποδείξετε ότι η σχέση $|z-3-2i|=1$ είναι η εξίσωση του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.

29. Αν η εικόνα του μιγαδικού $z=x+\psi i$ ανήκει στην υπερβολή $x^2-\psi^2=1$, να αποδείξετε ότι η εικόνα του $w=z^2+\bar{z}-\mathrm{Re}(z)-1$ κινείται στον ψ΄ψ.

30. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο της εικόνας του μιγαδικού z, για τον οποίο ισχύει: $\mathrm{Im}\left[(z-1)\cdot(\bar{z}-i)\right]=0$.

($\psi=x-1$).

31. α) Να περιγράψετε γεωμετρικά το σύνολο (C) των εικόνων των μιγαδικών z που ικανοποιούν τις σχέσεις: $|z|=2$ και $\mathrm{Im}(z)\geq 0$.
β) Να αποδείξετε ότι, αν η εικόνα του μιγαδικού z κινείται στο σύνολο (C), τότε η εικόνα του μιγαδικού αριθμού $w=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{4}{z}\right)$ κινείται σε ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο βρίσκεται στον άξονα χ΄χ.

32. Θεωρούμε το μιγαδικό $z=x+\psi i$ και έστω $3x(1-i)+2\psi(1+i)=\dfrac{36}{\lambda}-\lambda i$, $\lambda\in\mathbb{R}^*$.
Να αποδείξετε ότι, καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}^*$, η εικόνα $M(x,\psi)$ του z

κινείται στο μιγαδικό επίπεδο πάνω σε μία γραμμή της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

$\left(\frac{x^2}{4}-\frac{\psi^2}{9}=1\right).$

33. Θεωρούμε τους μιγαδικούς αριθμούς z, w και w_1 τέτοιους ώστε: w=z-zi και $w_1=\frac{1}{\alpha}+\alpha i$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$. Να αποδείξετε ότι καθώς το α μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}^*$ και ισχύει: $w=\overline{w_1}$, η εικόνα του z στο μιγαδικό επίπεδο κινείται σε μία υπερβολή.

$(x^2-\psi^2=1)$.

34. Αν $z=2x+3\psi i$, $x,\psi \in \mathbb{R}$ και η εικόνα του $w=\frac{z-6}{z+6}$, $z \neq -6$ στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται στον άξονα ψ΄ψ, να αποδείξετε ότι:
α) Το σημείο K(x,ψ) ανήκει σε έλλειψη της οποίας να βρείτε την εξίσωσή της.
β) Ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας Μ του z είναι κύκλος.

(α. $\frac{x^2}{9}+\frac{\psi^2}{4}=1$, β. $x^2+\psi^2=36$).

35. Δίνεται η εξίσωση: $z^2-2(1+\sigma\upsilon\nu2\alpha)z+2(1+\sigma\upsilon\nu2\alpha)=0$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
α) Να λυθεί η εξίσωση.
β) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των ριζών της.
γ) Αν z_1, z_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να βρεθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$., για τον οποίο η παράσταση $|z_1-z_2|$ παίρνει την μέγιστη τιμή της.

(α. $z_{1,2}=1+\sigma\upsilon\nu2\alpha \pm i\eta\mu2\alpha$, β. $(x-1)^2+\psi^2=1$).

36. α) Να αποδειχθεί ότι οι εικόνες τω ριζών της εξίσωσης $z^{2\nu}=|z|^{\nu}\cdot(z+2)^{\nu}$, $z \neq 0$ είναι συνευθειακά σημεία.
β) Να αποδειχθεί ότι οι εικόνες τω ριζών της εξίσωσης $(3z)^{\nu}-(z+4)^{\nu}=0$ είναι ομοκυκλικά σημεία.

$\left(\alpha.\ x=-1,\ \beta.\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\psi^2=\frac{9}{4}\right).$

37. Δίνεται ο μιγαδικός z, για τον οποίο ισχύει:
$(7+i)^{\nu}\cdot(z-2006i)^{k}-(5+5i)^{\nu}\cdot(z-20096)^{k}=0$, $\nu, k \in \mathbb{N}$.
α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας του z .
β) Να βρεθεί ο μιγαδικός z του οποίου η εικόνα έχει την ελάχιστη απόσταση από την εικόνα του μιγαδικού w=2+6i.

(α. ψ=x, β. z=4+4i).

38. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας του μιγαδικού z, για τον οποίο ισχύει: $(6+8i)^{2|z|+1}-(1+i)^{12}=1001\cdot10^{|z|}-36$ και η εικόνα του βρίσκεται έξω από τον κυκλικό δίσκο που έχει κέντρο O(0,0) και ακτίνα 1.

$(x^2+\psi^2=4)$.

39. Δίνεται το τριώνυμο

$P(x)=x^2+2\left|z_1+z_2\right|\cdot x+\left(1+\left|z_1\right|^2\right)\cdot\left(1+\left|z_2\right|^2\right)$, όπου $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ και $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $P(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Για ποια τιμή του x ισχύει η ισότητα; (β. $x=-\left|z_1+z_2\right|$).

40. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός z και έστω $f(z)=\dfrac{2+i\bar{z}}{1-\bar{z}}$, $z \neq 1$.

α) Να βρείτε το μέτρο του αριθμού f(2).

β) Να αποδείξετε ότι $\left|\dfrac{f(z)-2}{f(z)+i}\right|=|z|$.

γ) Αν $|z|=1$ και Μ είναι η εικόνα του f(z) στο μιγαδικό επίπεδο, να αποδείξετε ότι το Μ κινείται σε ευθεία, της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

δ) Αν ο αριθμός f(z) είναι φανταστικός, να αποδείξετε ότι η εικόνα του z=x+ψi κινείται σε ευθεία από την οποία έχει εξαιρεθεί το σημείο Α(1, 0).

ε) Αν ο f(z) είναι πραγματικός, να αποδείξετε ότι η εικόνα του z=x+ψi κινείται σε κύκλο από τον οποίο έχει εξαιρεθεί το σημείο Α(1, 0).

στ) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $ς=[f(2)]^{2004}$ είναι πραγματικός.

(α. $2\sqrt{2}$, γ. 4x+2ψ-3=0, δ. 2x-ψ-2=0, ε. $x^2+ψ^2-x+2ψ=0$, στ. -2^{3006}.).

41. Δίνεται η εξίσωση $z^2+2z+λ=0$ όπου λ>1. Αν η εξίσωση έχει ρίζα έναν μιγαδικό με μέτρο 2, τότε:

α) Να βρείτε το λ.

β) Να λύσετε την εξίσωση.

γ) Αν z_1, z_2 οι ρίζες της και ν θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι ο αριθμός $z_1^ν+z_2^ν$ είναι πραγματικός.

(α. λ=4, β. $z=-1 \pm i\sqrt{3}$).

42. Έστω οι μιγαδικοί z για τους οποίους ισχύει: $|z+16|=4|z+1|$.(1) Να αποδείξετε ότι: α) Ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων Μ των μιγαδικών z κινούνται στον κύκλο με κέντρο την αρχή Ο των αξόνων και ακτίνα 4.

β) $1 \leq |z+3-4i| \leq 9$.

γ) Αν z_1, z_2 δύο μιγαδικοί που επαληθεύουν την (1), να αποδείξετε ότι ο αριθμός $w=\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$ είναι πραγματικός.

43. Δίνεται ο μιγαδικός z για τον οποίο ισχύει:

$(1+iz)^{2004}\cdot(1-iημα)=(1-iz)^{2004}\cdot(1+iημα)$, $α \in \mathbb{R}$ και έστω Α και Β οι εικόνες των i και –i αντίστοιχα στο μιγαδικό επίπεδο. Να αποδείξετε ότι:

α) $|1+iz|=|1-iz|$. (1).

β) Η εξίσωση (1) παριστάνει την μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ.

γ) Ο z είναι πραγματικός.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΣΤΟΥΣ ΜΙΓΑΔΙΚΟΥΣ

Ερωτήσεις τύπου «ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ»

1. Για κάθε μιγαδικό z ο $z-\bar{z}$ είναι φανταστικός.

Σ □ Λ □

2. Για κάθε z_1, $z_2 \in \mathbb{C}$ ισχύει: $\overline{z_1+z_2} = z_1 - z_2$.

Σ □ Λ □

3. Αν $z \in \mathbb{R}$ τότε $z=\bar{z}$.

Σ □ Λ □

4. Αν ο αριθμός z είναι φανταστικός, τότε $z+\bar{z}=0$.

Σ □ Λ □

5. Αν $z-\bar{z}=0$, τότε ο z είναι φανταστικός.

Σ □ Λ □

6. Αν z =α+βi τότε $z \cdot \bar{z}=\alpha^2+\beta^2$.

Σ □ Λ □

7. Αν α+βi =0 τότε α=0 και $\beta \in \mathbb{R}$.

Σ □ Λ □

8. Ισχύει: $i^{2005}+i^{2006}+i^{2007}+i^{2008}=0$.

Σ □ Λ □

9. Οι εικόνες των αριθμών α+βi , 0 και –α-βi στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημεία συνευθειακά.

Σ □ Λ □

10. Οι εικόνες των αριθμών α+βi , 0 και α-βi στο μιγαδικό επίπεδο σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο.

Σ □ Λ □

11. Οι εικόνες των αριθμών z και $-\bar{z}$ είναι σημεία συμμετρικά με άξονα συμμετρίας τον ψ΄ψ.

Σ □ Λ □

12. Αν οι μιγαδικοί z και w ικανοποιούν τη σχέση $z^2+w^2=0$, τότε είναι z=w=0.

Σ □ Λ □

13. Αν $z=1-i\sqrt{3}$ και $w=-1+i\sqrt{3}$, τότε $\bar{z}w+z\bar{w}=8$.

Σ □ Λ □

14. Ο αριθμός $(i-1)^4$ είναι πραγματικός.

Σ □ Λ □

15. Οι αριθμοί 6i+9 και 6i-9 είναι συζυγείς μιγαδικοί.

Σ □ Λ □

16. Το φανταστικό μέρος του 3-4i είναι –4i.

Σ □ Λ □

17. Αν (1-i)z=1+i τότε z=i.

Σ □ Λ □

18. Ισχύει: $\frac{2+i}{i}=1-2i$.

Σ □ Λ □

19. Αν M_1, M_2 είναι οι εικόνες των μιγαδικών z_1 και z_2 στο μιγαδικό επίπεδο και ο άξονας ψ΄ψ είναι μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος M_1M_2, τότε είναι $z_1=-\overline{z_2}$.

Σ □ Λ □

20. Αν Re(z)= -1, τότε οι εικόνες των μιγαδικών z στο μιγαδικό επίπεδο, βρίσκονται πάνω στην ευθεία x=-1.

Σ □ Λ □

21. Αν Re(z)=2Im(z), τότε οι εικόνες των μιγαδικών z βρίσκονται πάνω στην ευθεία ψ=2x.

Σ □ Λ □

22. Αν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$, με $α \neq 0$, $α, β, γ \in \mathbb{R}$ έχει ρίζα το 2+i, τότε θα έχει ρίζα και το $\frac{5}{2-i}$.

Σ □ Λ □

23. Η εξίσωση $x^2-2x+λ=0$, μπορεί να έχει ρίζες τους αριθμούς 1+i και 1-i.

Σ □ Λ □

24. Η εξίσωση $x^2+2x+λ=0$, μπορεί να έχει ρίζες τους αριθμούς 1+i και 1-i.

Σ □ Λ □

25. Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει: $|\overline{z}|=|-z|$

Σ □ Λ □

26. Στο μιγαδικό επίπεδο η εικόνα του 2+3i είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου $|z|=4$.

Σ □ Λ □

27. Ο κύκλος με κέντρο το σημείο Κ(2,0) και ακτίνα 4, έχει εξίσωση $|z+2|=4$.

Σ □ Λ □

28. Για κάθε μιγαδικό z ισχύει: $z^2=|z|^2$.

Σ □ Λ □

29. Για κάθε μιγαδικό z ισχύει $|z|=|\overline{z}|$.

Σ □ Λ □

30. Αν $z^2+w^2=0$, τότε $|z|=|w|$.

Σ □ Λ □

31. Αν $z=\frac{4}{z}$, $z \neq 0$, τότε είναι $|z|=2$.

Σ □ Λ □

32. Αν z φανταστικός, τότε ισχύει: $|z^2|=-z^2$.

Σ □ Λ □

33. Αν z πραγματικός, τότε: $\left|z^2\right|=z^2$.

Σ ☐ Λ ☐

34. Οι εικόνες των αριθμών z, $\bar{z}$, -z, -$\bar{z}$ είναι κορυφές τετραγώνου.

Σ ☐ Λ ☐

35. Αν $|z|=1$, τότε οι εικόνες του z βρίσκονται πάω σε μία σταθερή ευθεία.

Σ ☐ Λ ☐

36. Ισχύει: $\left|\frac{3+5i}{4-3i}\right|=\frac{|3-5i|}{|5i|}$.

Σ ☐ Λ ☐

37. Ο μιγαδικός $συν\frac{\pi}{3}+iημ\frac{2\pi}{3}$ έχει μέτρο ίσο με 1.

Σ ☐ Λ ☐

38. Αν $|z-2|+|z+2|=8$, τότε η εικόνα του z κινείται πάνω σε μία έλλειψη.

Σ ☐ Λ ☐

39. Αν $|z|=|w|$, τότε z=w.

Σ ☐ Λ ☐

40. Ισχύει ότι: $\left|\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2000}\right|=1$.

Σ ☐ Λ ☐

41. Ισχύει ότι: $\left|1+i+i^2+i^3+....+i^{2000}\right|=0$.

Σ ☐ Λ ☐

42. Η εξίσωση $\left|z-\left(x_o+\psi_o i\right)\right|=\rho,\ \rho>0$ παριστάνει τον κύκλο με κέντρο $K(x_o, \psi_o)$ και ακτίνα ρ.

Σ ☐ Λ ☐

43. Η εξίσωση $\left|z-\left(x_1+\psi_1 i\right)\right|=\left|z-\left(x_2+\psi_2 i\right)\right|$ παριστάνει την μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία $A(x_1,\psi_1)$ και $B(x_2,\psi_2)$.

Σ ☐ Λ ☐

****

****

*

]

Ερωτήσεις ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Αν z=I(5-12i) τότε $|z|$=:
   Α: $2\sqrt{13}$, Β :13, Γ :$\sqrt{13}$, Δ :12, Ε :5.

2. Αν $z=\dfrac{1-i}{\sqrt{3}+i}$ τότε το μέτρο του z^2 είναι ίσο με:
   Α: $\dfrac{1}{2}$, Β :2, Γ :$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, Δ :4, Ε :20.

3. Αν $z=\dfrac{1+i}{1-i}$, τότε το $\text{Re}\left(z+\dfrac{1}{z}\right)$ ισούται με:
   Α: 0, Β: 1, Γ: -1, Δ: $\dfrac{1}{2}$, Ε: άλλο.

4. Η ισότητα: x-1+(ψ-2)I=2+3i ισχύει μόνον όταν (x,ψ)=:
   Α: (3,5), Β: (-2,-6), Γ: (3,-5), Δ: (-1,5), Ε: (3,5).

5. Αν $\left[\left(i^2\right)^3\right]^\kappa = 1$, τότε η μικρότερη τιμή του θετικού ακέραιου κ είναι:
   Α: 1, Β: 3, Γ: 6, Δ: 2, Ε: 5.

6. Οι εικόνες των μιγαδικών 4+5i και 5+4i στο μιγαδικό επίπεδο, έχουν άξονα συμμετρίας την ευθεία:
   Α: x=2, Β: ψ=3, Γ: ψ=x, Δ: ψ=-x, Ε: x=0.

7. Αν το διάνυσμα θέσης του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο έχει φορέα την διχοτόμο τις δεύτερης και τέταρτης γωνίας των αξόνων, τότε ο z μπορεί να είναι ο μιγαδικός: Α: -4+4i, Β: 4+4i, Γ: 4-4i, Δ: -4-4i, Ε: 2+3i.

8. Αν η εικόνα του μιγαδικού w=(x+1)+(ψ-1)I, $x,\psi \in \mathbb{R}$ στο μιγαδικό επίπεδο είναι η αρχή των αξόνων, τότε ο z=x+ψi ισούται με :
   Α: -1+I, Β: 1+I, Γ: 1-I, Δ: 2+2i, Ε: -1-i.

9. Αν η εικόνα του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο κινείται πάνω στην ευθεία 2x+3ψ-1=0, τότε ο z δεν μπορεί να είναι ο :
   Α: $\frac{1}{2}$, Β: $1-\frac{1}{3}i$, Γ: 5-3i, Δ: 1+2i, Ε: $\frac{1}{3}i$.

10. Αν z=α+βi με $\alpha\beta \neq 0$ και $\bar{z}$ ο συζυγής του, ποια από τις παρακάτω προτάσεις δεν είναι σωστή:
    Α: $z+\bar{z}$ πραγματικός αριθμός, Β: $z-\bar{z}$ φανταστικός αριθμός,
    Γ: $z \cdot \bar{z}$ φανταστικός αριθμός, Δ: $\overline{-\bar{z} \cdot z}$ πραγματικός αριθμός,
    Ε: $\overline{z+\bar{z}}$ πραγματικός αριθμός.

11. Αν z=x+ψi και Re(z+1)=1, τότε η εικόνα του z στο μιγαδικό επίπεδο είναι πάνω:
    Α: στον άξονα χ΄χ, Β: στον άξονα ψ΄ψ, Γ: στην ευθεία ψ=x,
    Δ: στην ευθεία x=1, Ε: στην ευθεία x=2.

12. Έστω οι μιγαδικοί w=x-4+(ψ-5)I , u=x+4+(1-ψ)I και z=x+ψi. Αν ο μιγαδικός w+u είναι φανταστικός, τότε η εικόνα του z στο μιγαδικό επίπεδο, κινείται πάνω στην ευθεία με εξίσωση:
    Α: x=0, Β: ψ=0, Γ: x= -1, Δ: ψ=x+2, Ε: x=-2.

13. Αν $\nu \in \mathbb{N}$, από τις παρακάτω ισότητες δεν είναι σωστή η:
    Α: $i^{4\nu}=1$, Β: $I^{4\nu+1}=-I$, Γ: $I^{4\nu+2}=-1$, Δ: $I^{\nu+4}=I^{\nu}$, Ε: $I^{4\nu+3}=-i$.

14. Αν η εξίσωση $z^2+\kappa x+\lambda=0$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{Z}$ έχει ρίζα τον 2+I, τότε ισχύει:
    Α: κ=6, λ=5, Β: κ=4, λ=1, Γ: κ=3, λ=4, Δ: κ=4, λ=5, Ε: κ=5, λ=4.

15. Αν z=α+βi, $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$ και $\alpha^2-\beta^2=4$, τότε η εικόνα του μιγαδικού $w=1+z^2$ στο μιγαδικό επίπεδο, κινείται πάνω σε:
    Α: ευθεία, Β: κύκλο, Γ: έλλειψη, Δ: παραβολή, Ε: υπερβολή.

16. Αν z=x+ψi ποια από τις παρακάτω ισότητες δεν είναι πάντα σωστή:
    Α: $|z|=|\bar{z}|$, Β: $|z|=|-z|$, Γ: $|z^2|=z^2$, Δ: $|z|=\sqrt{x^2+(-\psi)^2}$, Ε: $|z^2|=|\bar{z}|^2$.

17. Αν $|z_1|=3$ $\kappa\alpha\iota$ $z_2=4+3i$, τότε η μεγαλύτερη τιμή του $|z_1+z_2|$ είναι:
    Α: 5, Β: 8, Γ: 9, Δ: 12, Ε: 14.

18. Αν $\left|\overline{z_1}\right| = 2$ και $\left|-z_2\right| = 5$, τότε η ελάχιστη τιμή του $\left|z_1 - z_2\right|$ είναι:
    Α: 2, Β: 3, Γ: 5, Δ: 7, Ε: 10.

19. Θεωρούμε στο μιγαδικό επίπεδο τον κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα 10. Από τις παρακάτω αριθμούς έχει εικόνα πάνω στον κύκλο ο μιγαδικός:
    Α: $\sqrt{2}+3i$, Β: $\sqrt{3}+\sqrt{7}i$, Γ: $2-i\sqrt{8}$, Δ: $8+6i$, Ε: $\sqrt{2}+i2\sqrt{2}$.

20. Ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο για τον οποίο ισχύει $|z-2|=|z-i|$ είναι:
    Α: ο άξονας ψ΄ψ, Β: η ευθεία ψ=x, Γ: ο άξονας χ΄χ ,
    Δ: η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (2,0) και (0,1),
    Ε: η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (0,2) και (1,0).

21. Αν οι εικόνες δυο μη μηδενικών μιγαδικών z_1 και z_2 στο μιγαδικό επίπεδο είναι στο ίδιο τεταρτημόριο, ποια από τις παρακάτω σχέσεις μπορεί να ισχύει:
    Α: $z_1=-z_2$, Β: $z_1=\overline{z_2}$, Γ: : $z_1=-\overline{z_2}$, Δ: $Im(z_1)+Im(z_2)=0$, Ε: άλλο.

..*.*.*.*.*.*.*.*.*